
Soumis le : 26 Décembre 2010

Forme révisée acceptée le : 17 Décembre 2011

Email de l'auteur correspondant :

gcheriff@yahoo.fr

Contribution à l'implémentation de lois de comportement sous Plaxis. Cas des matériaux visqueux

GUERGAH Cherif^a, BELOUAR Abdelghani^b, GUENFOUD Mohamed^a

^aUniversité 08 Mai 45, Guelma, Algérie

^bUniversité Mentouri Constantine, Algérie

Résumé

L'objectif principal de ce travail est une contribution à la programmation des lois rhéologiques et de leur implémentation sur des codes de calcul dynamiques tel que PLAXIS par le biais d'une DLL « Dynamic Link Library ». La première tâche est consacrée à la compréhension et à la maîtrise de la technique de programmation dynamique à travers les DLL (moyennant un langage de programmation sous une plate forme Windows). Il a été question d'implémenter des lois simples de types élastique linéaire (isotrope et orthotrope), et ce en situation drainée ou non drainée. Afin de pouvoir prédire le comportement des matériaux visqueux, il a été procédé à la programmation de la loi viscoplastique de Lemaitre pour le fluage ainsi que l'implémentation de la loi viscoplastique de Koppejan modifiée. Ces lois ont été validées par une série de simulations. Ces dernières ont été soumises, par la suite, à la confrontation d'une part avec les modèles existants et d'autre part avec une solution analytique de référence.

Mots clés : Création des DLL, Implémentation, Loi de comportement, Loi isotrope, loi orthotrope, Viscoplasticité, fluage.

Abstract

The objective of this work is to provide a contribution to the programming of rheological laws and implement them on dynamic design standard code such as PLAXIS through a DLL "Dynamic Link Library". The first task is to understand and master the technique of dynamic programming through DLLs (using a programming language under Windows platform). In order to be familiarized with this technique, we started by implementing simple laws such as linear elastic isotropic model and linear elastic orthotropic model, in a drained and undrained situation. In order to predict the behavior of viscous materials, we programmed Lemaitre's viscoplastic law for creep computation, as well as the implementation the viscoplastic relationship of law of Koppejan modified. These laws were validated by modeling a series of simulation tests, which were then compared with existing models or with analytical solution reference.

Key words: Creation DLL, Implementation, Behavior law, Isotropic law, Orthotropic law, Viscoplasticity, Creep.

1. Introduction

Le logiciel Plaxis est un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis, et comporte des lois préinstallées pour la description des comportements d'un certain nombre de matériaux. Cependant ces lois ne permettent pas la reproduction du comportement rhéologique de la totalité des matériaux. L'implémentation d'autres lois s'avère dans ce cas très utile. C'est dans ce contexte que s'inscrit notre contribution présentée dans le cadre de ce travail, et à travers laquelle nous essayons de faciliter l'implémentation d'une loi rhéologique sur la plate forme du logiciel (PLAXIS) en utilisant la technique de DLL.

Cette démarche exige des connaissances de programmation dynamiques approfondies. Dans un premier temps, des lois simples de types élastiques linéaires (isotrope et orthotrope), ont été implémentées dans le code de calcul. Par la suite, ces lois ont fait l'objet d'une validation, et ce moyennant une série de simulation. Dans un second temps les lois dites visqueuses ont été traitées, il s'agit en particulier de la loi viscoplastique de Lemaitre [01]. Etant donnée que cette dernière est basée sur la méthode de résolution par différences finies, plus précisément le schéma explicite, il a été nécessaire de développer un algorithme basé sur le schéma implicite, et ce pour pouvoir réaliser l'actualisation des vitesses de déformation, et ainsi pouvoir construire la courbe de fluage. La validation a été entreprise par la comparaison d'une simulation d'un

essai de fluage mono-axial avec la solution analytique. Enfin une troisième loi a été implémentée, il s'agit, entre autre, de la loi viscoplastique de Koppejan modifiée par Van Baars [02]. C'est dans cette perspective que s'inscrit la problématique traitée dans le cadre de ce travail.

2. Procédure d'implémentation

2.1. Possibilité d'intégration des lois de comportement sous Plaxis

Le logiciel Plaxis dispose depuis la version 8.0 d'une option permettant à l'utilisateur d'implémenter ses propres lois de comportement des matériaux. Cependant la version 8.1 ne permet pas de définir des modèles que de manière ponctuelle, directement sous l'interface graphique du logiciel. En effet, la saisie des paramètres du modèle se fait dans une fenêtre présentant un tableau à remplir; Mais ce tableau n'est pas enregistrable. Cela s'avère pratique si l'on n'a qu'une seule simulation à effectuer mais c'est rarement le cas. C'est pourquoi il est recommandé d'utiliser la version 8.2 ou plus. En effet avec cette version, l'utilisateur peut implémenter des modèles de façon permanente. Pour cela il doit programmer en FORTRAN ou avec d'autres langages, ses modèles puis compiler son programme en (*.dll), signifie *Dynamic Link Library*, ou en français Bibliothèques de liens dynamiques, qui seront par la suite placées dans le répertoire principal de Plaxis. Le programme à réaliser dans ce but est en fait une subroutine qui sera utilisée par le code de calcul. Or cette subroutine est appelée dans ce dernier : User_Mod. Par conséquent, il est obligatoire de la nommer de la même façon. De plus, les arguments de cette subroutine sont définis de manière précise. Ainsi, on doit avoir un programme commençant forcément par :
Subroutine **User_Mod** (*IDTask, iMod, IsUndr, iStep, iTer, iEl, Int, X, Y, Z, Time0, dTime, Props, Sig0, Swp0, StVar0, dEps, D, Bulk_W, Sig, Swp, StVar, ipl, nStat, NonSym, iStrsDep, iTimeDep, iTang, iPrjDir, iPrjLen, iAbort*).

Cette subroutine se décompose en six parties dont quatre principales :

- 1- L'initialisation des variables d'état,
- 2- Le calcul des contraintes,
- 3- La création de la matrice de déformation,
- 4- La création de la matrice d'élasticité du matériau.

Chaque partie correspond à une valeur de la variable IDTask, qui permettra au programme principal de réaliser un calcul ordonné, étant donné que certaines parties du sous programme font appel à des valeurs calculées dans d'autres parties.

2.2. Création des bibliothèques dynamiques (dll)

Après avoir construit le programme fortran par un éditeur, la subroutine doit être compilée et les données produites par le programme, exportées. En effet, la compilation au sein de l'éditeur permet de détecter les erreurs éventuelles de syntaxe et de déclaration de variables. Puis, on exporte les tableaux de valeurs calculées vers une librairie dynamique (dll) grâce à une ligne de commande précisément située après la déclaration des variables :

- - Pour l'utilisation de Lahey Fortran (LF90, LF95, ...) :
DLL_Export User_Mod
- - Pour l'utilisation Digital Visual Fortran : !DEC\$
ATTRIBUTES DLLEXP:: User_Mod

Ensuite, et après avoir transporté le programme ainsi créé dans le répertoire principal de Plaxis, et afin de compiler la subroutine USERMOD.FOR en un fichier dll, il suffit d'exécuter la commande suivante dans la fenêtre d'invite de commandes DOS, en se situant dans le programme principal de Plaxis :

- Pour l'utilisation de Lahey Fortran 90 : LF90 -win -dll USRMOD.FOR -lib LFUsrLib
- Pour l'utilisation Lahey Fortran 95: LF95 -win -dll USRMOD.FOR -lib LFUsrLib -ml LF90
- Pour l'utilisation Digital Visual Fortran: DF /winapp USRMOD.FOR DFUsrLib.lib /dll

Dans tous les cas le fichier USRMOD.DLL, doit être créé et placé dans le répertoire principal du PLAXIS. Par la suite, ce fichier est appelé à partir d'un fichier exécutable du programme nommé (PLASW.EXE). Une fois que le modèle est opérationnel, PLAXIS exécutera les commandes figurant dans le fichier USRMOD.DLL.

3. Implémentation

3.1. Implémentation d'une loi de comportement élastique linéaire

Afin de pouvoir contrôler la méthode de création d'une librairie dynamique (DLL) utilisable par le logiciel Plaxis à partir d'un programme fortran, il est préférable de commencer la programmation d'une loi élastique linéaire (Loi de Hooke). Cette loi régit les matériaux ayant un comportement élastique linéaire.

3.2. Cas d'une loi élastique linéaire isotrope (loi de Hooke)

Dans le domaine élastique linéaire, la loi de Hooke relie la déformation à la contrainte exercée par l'intermédiaire du module de Young : $\sigma = E \cdot \varepsilon$. Pour un

état de contrainte tridimensionnelle, cette loi de comportement est généralisée sous forme matricielle de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}(x) = \underline{\underline{D}}(x) \underline{\underline{\varepsilon}}(x) \quad (1)$$

où $\underline{\underline{\sigma}}(x)$ est le tenseur des contraintes, $\underline{\underline{D}}(x)$ est le tenseur de rigidité effective du matériau et $\underline{\underline{\varepsilon}}(x)$ est le tenseur des déformations.

Dans l'hypothèse d'isotropie, la matrice $\underline{\underline{D}}$ se réduit à 2 coefficients indépendants et la loi de comportement s'exprime de la manière suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{D}} \underline{\underline{\varepsilon}} = 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}} + \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})\underline{\underline{\delta}} \quad (2)$$

Où λ et μ sont appelés les coefficients de Lamé.

Cette loi sous forme développée peut être écrite de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (3)$$

Par ailleurs il peut être utile d'inverser la matrice de rigidité donnant les déformations en fonction des contraintes :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & \frac{-\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu}{E} & \frac{-\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2(1+\nu)}{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Le terme de correction du module de déformation volumique de l'eau à rajouter aux termes de la matrice dans le cas d'un comportement de sol non-drainé est donné par [03]:

$$\frac{K_w}{n} = \frac{3(\nu_u - \nu)}{(1-2\nu_u)(1+\nu)} K \quad (5)$$

3.2.2. Résultats

Afin de valider cette loi et d'observer le bien fondé de l'implémentation nous avons étudié plusieurs cas. Nous présentons ci-dessous un exemple de modélisation d'une

fondation circulaire reposant sur la surface d'une couche de sable de 4.0 m de hauteur. En dessous se trouve un substratum rocheux. La fondation peut être rigide (on impose un déplacement uniforme en surface de 0,10 m). Le problème est axisymétrique. L'extension latérale sera prise à 5 m, soit 5 fois le rayon : on vérifiera que cette limite n'intervient pas sur le champ de déplacement. L'objectif de cet exemple est de comparer les résultats obtenus entre la loi implémentée par l'utilisateur et la loi déjà présentée dans Plaxis. La géométrie du problème ($x=5\text{m}$, $y=4\text{m}$) se présente sous la forme suivante :

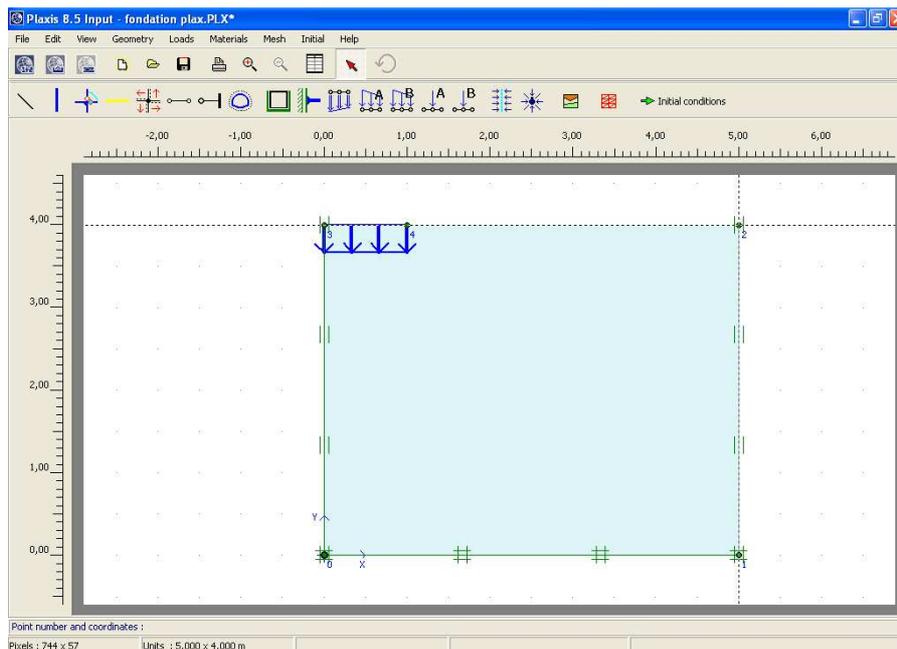
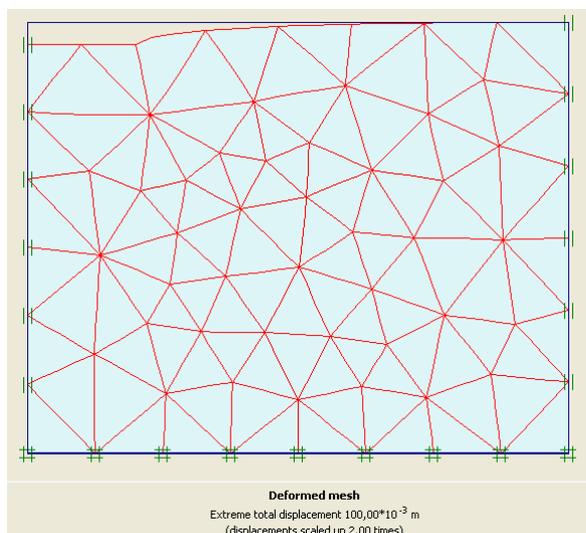


Fig. 1. Géométrie du problème

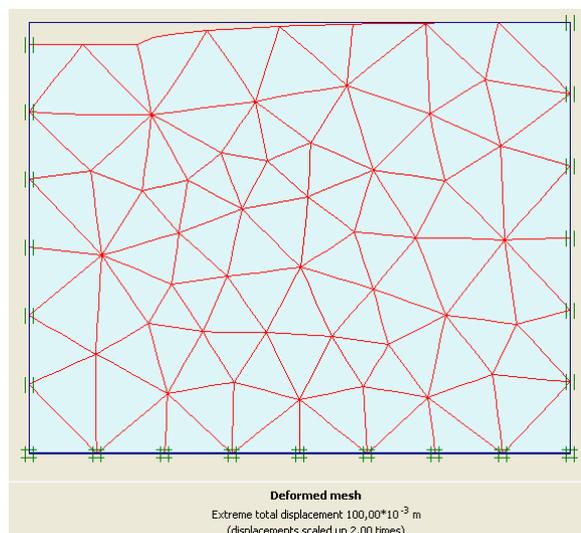
Les paramètres du matériau sont $E=13000 \text{ kN/m}^2$ et $\nu=0.3$.

Ci-dessous, on présente la comparaison des deux lois à travers le maillage déformé, la déformation et la

contrainte effective dans une direction principale (ϵ_{xx} et σ_{xx}).



a) Loi présentée dans Plaxis



b) Loi implémentée

Fig. 2. Comparaison des maillages déformés

Le maillage déformé est identique, le commentaire note : « déplacement total maximum 0.1m ».

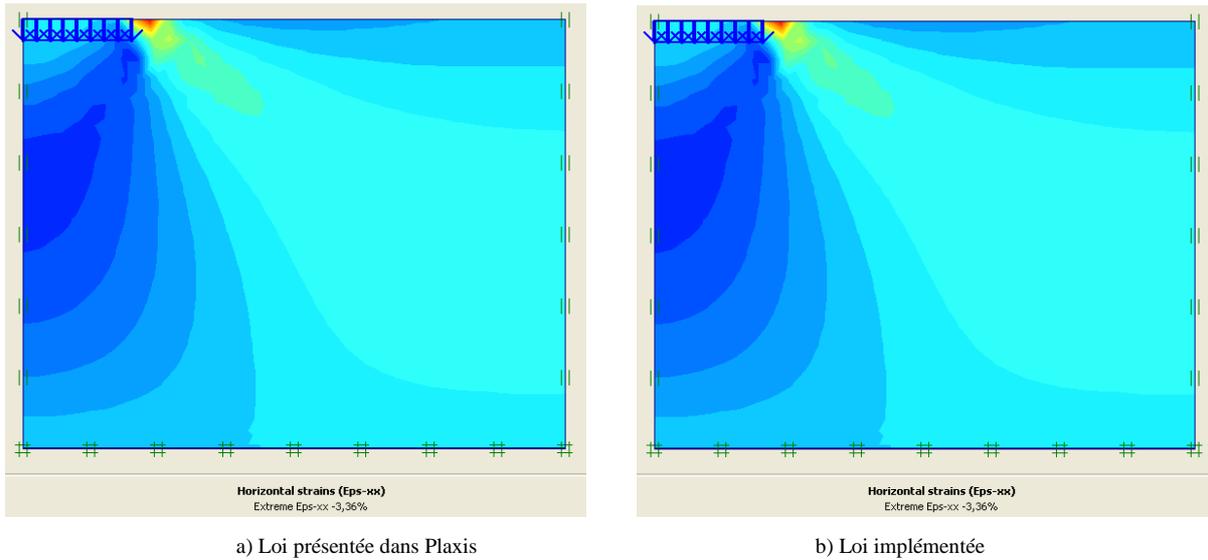


Fig. 3. Comparaison des déformations horizontales

Dans cette direction, le champ de déformation horizontale rapporté à la légende est identique ($\epsilon_{xx \max} = -3,36\%$) dans les deux cas.

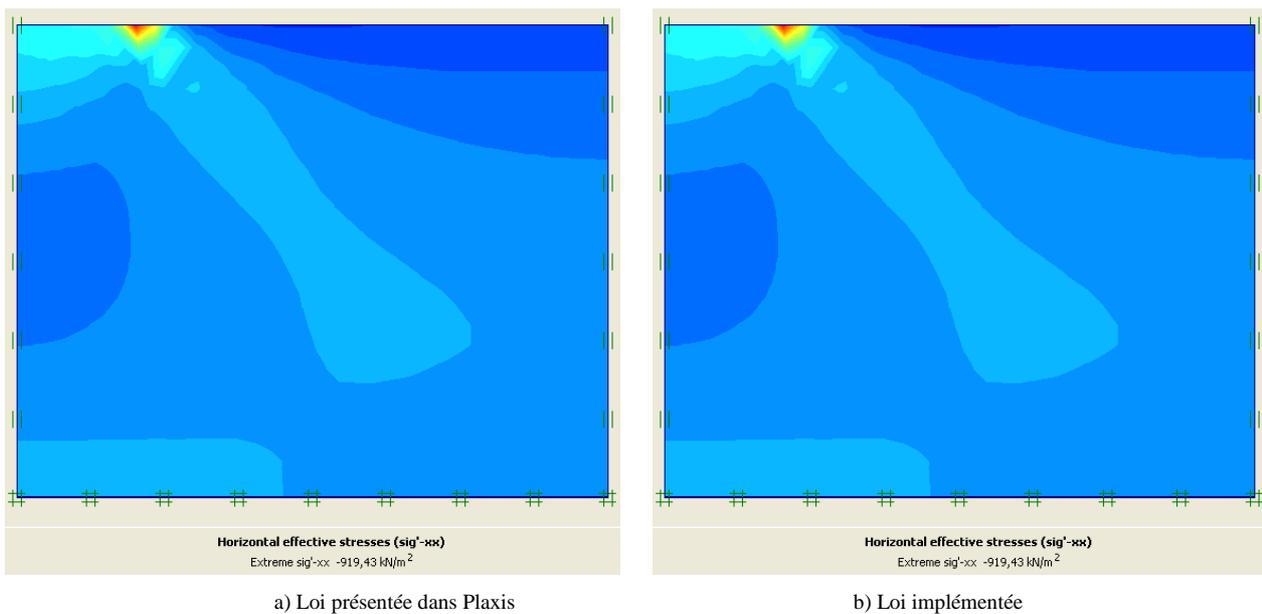


Fig. 4. Comparaison des contraintes effectives horizontales

Dans cette direction, le champ de contrainte effective horizontale est le même dans les deux cas ($\sigma_{xx \max} = -919,43 \text{ kN/m}^2$).

3.3. Cas d'une loi élastique linéaire orthotrope

La nécessité de la présence d'une loi élastique linéaire orthotrope vient du fait que beaucoup de roches ne peuvent pas être assimilées à un matériau isotrope. Les causes sont les conditions de sédimentation pour

certaines, les conditions tectoniques pour d'autres, ce qui se traduit par une anisotropie des propriétés mécaniques du matériau. En réalité, cette anisotropie se réduit dans beaucoup de cas à une orthotropie, c'est à dire qu'il existe une direction de plan dans laquelle le matériau est élastique isotrope. De plus, le type de sollicitation appliquée aux sols a conduit à considérer un comportement orthotrope de révolution (isotrope transverse) figure 5. Si l'axe d'isotropie transversale est repéré par x_2 le matériau est isotrope dans tous les plans normaux à x_2 , figure 5.

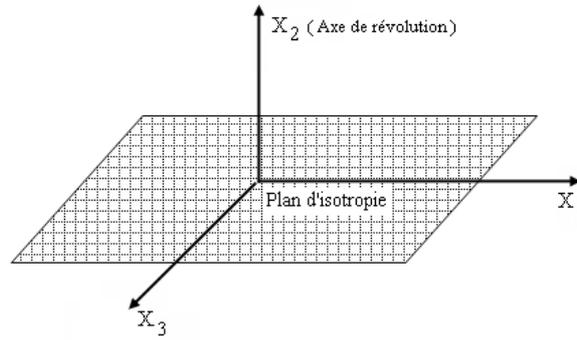


Fig. 5 : Milieu à isotropie transverse

Les conditions d'isotropie dans les plans normaux à \vec{X}_2 d'après Zienkiewicz [05] impliquent :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ \epsilon_{12} \\ \epsilon_{23} \\ \epsilon_{13} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{-\nu_1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_2}{E_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_1}{E_1} & \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2G_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1+\nu_1}{E_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Puis, on inverse la matrice (numériquement) sous une forme appropriée à l'implémentation.

PLAXIS ajoute automatiquement un module de compressibilité pour l'eau et distingue les contraintes totales, les contraintes effectives et les surpressions interstitielles.

Contrainte totale: $\sigma_0 = \Delta p = K_u \cdot \Delta \epsilon_v$

Contrainte effective :

$\sigma_0' = \Delta p' = (1 - B)\Delta p = K'_u \cdot \Delta \epsilon_v$

Surpression interstitielle :

$$\Delta p_w = B\Delta p = \frac{K_w}{n} \Delta \epsilon_v \quad (7)$$

Remarquons que les paramètres de modélisation à entrer sont les paramètres effectifs, c'est-à-dire E', ν', c', ϕ' et non pas E_u, ν_u, c_u, ϕ_u .

« Δp » correspond ici à une augmentation de la contrainte totale moyenne, « $\Delta p'$ » est une augmentation de la contrainte effective moyenne et « Δp_w » est une augmentation de la surpression interstitielle. « B » est le coefficient de Skempton, exprimant la proportion entre l'augmentation de la surpression interstitielle et

l'augmentation de la contrainte totale. « K_u » est le module de compressibilité non drainé, « K' » est celui du squelette du sol, « K_w » est celui du fluide interstitiel, « n » est la porosité et « $\Delta \epsilon_v$ » est l'augmentation de la déformation volumétrique.

3.3.1. Détermination du terme de correction de la pression interstitielle.

A partir de la matrice (3-5) on exprime les relations suivantes :

$$\begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{-\nu_1}{E_1} \\ \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_2}{E_2} \\ \frac{-\nu_1}{E_1} & \frac{-\nu_2}{E_2} & \frac{1}{E_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\epsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2} \sigma_{22} - \frac{\nu_1}{E_1} \sigma_{33}; \quad \epsilon_{22} = \frac{\sigma_{22}}{E_2} - \frac{\nu_2}{E_2} \sigma_{11} - \frac{\nu_1}{E_2} \sigma_{33};$$

$$\epsilon_{33} = \frac{\sigma_{33}}{E_1} - \frac{\nu_2}{E_2} \sigma_{22} - \frac{\nu_1}{E_1} \sigma_{11}.$$

La pression d'un liquide (eau) au repos est toujours isotrope ce qui donne:

$$\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma_{33} = \sigma_0$$

$$\text{Avec } \varepsilon_v = tr(\varepsilon_{ij}) = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \varepsilon_v &= 2 \frac{\sigma_0}{E_1} (1 - \nu_1) + \frac{\sigma_0}{E_2} (1 - 4\nu_2) \\ &= \sigma_0 \left(\frac{2(1 - \nu_1)}{E_1} + \frac{(1 - 4\nu_2)}{E_2} \right) \end{aligned}$$

$$\varepsilon_v = \sigma_0 \left(\frac{2 E_2 (1 - \nu_1) + E_1 (1 - 4\nu_2)}{E_1 \cdot E_2} \right) \quad (9)$$

La surpression interstitielle est donnée par:
 $\Delta p_w = B \Delta p = \frac{K_w}{n} \Delta \varepsilon_v$ [03]

$$\sigma_0 = \frac{K_w}{n} \Delta \varepsilon_v \quad (10)$$

En remplaçant (10) dans (9) on obtient :

$$\Rightarrow \frac{K_w}{n} = \left(\frac{E_1 \cdot E_2}{2 E_2 (1 - \nu_1) + E_1 (1 - 4\nu_2)} \right) \quad (11)$$

Le module d'élasticité non drainé est lié au module d'élasticité effectif par la relation :

$$E' = \frac{2(1 + \nu')}{3} E_u \quad (12)$$

3.3.2. Résultats

Pour valider cette loi, nous avons pris l'exemple suivant : Il s'agit d'une digue supposée orthotrope, de 10 m de largeur et de 4 m de hauteur et comme on est en déformation plane, un mètre (01 m) de longueur. Elle est constituée d'un sable dense ayant les caractéristiques suivantes :

- module de Young suivant la direction (xx) $E_1 = 100000$ kPa,

- module de Young suivant la direction (yy) $E_2 = 75000$ kPa,
- Coefficient de Poisson $\nu_1 = 0,4$,
- Coefficient de Poisson $\nu_2 = 0,3$,
- Le module de cisaillement $G_2 = 42000$ kPa,
- Poids volumique 19 kN/m³,
- Angle de frottement interne $\varphi = 40^\circ$,
- cohésion $c = 0.2$ kPa

3.3.3. Modélisation

On se place avec un poids volumique de 19 kN/m³ du matériau, et on applique une surcharge de compression uniformément répartie de 1000 kPa suivant la direction (yy). Comme conditions limites la digue est supposée encastree à sa base. Le présent exemple est bien illustré sur la figure suivante.

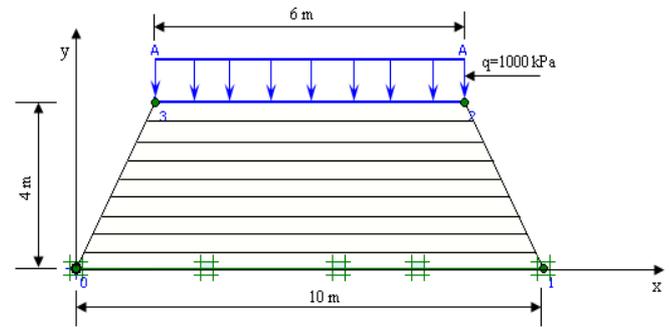


Fig. 6. Géométrie du problème

Afin de justifier cette loi, nous avons effectué une comparaison avec le modèle existant dans PLAXIS (Jointed Rock Model). Ce dernier est de type élastoplastique, conçu pour la modélisation des matériaux anisotropes tels que les roches. Nous rappelons que notre modèle est parfaitement élastique, donc pour que nous puissions le comparer avec (Jointed Rock Model) nous appliquons une faible sollicitation, et cela pour rester toujours dans le domaine élastique du modèle (Jointed Rock Model).

Les résultats obtenus à partir de cette modélisation sont présentés ci-dessous :

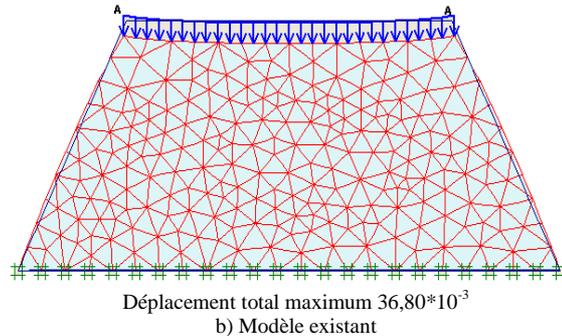
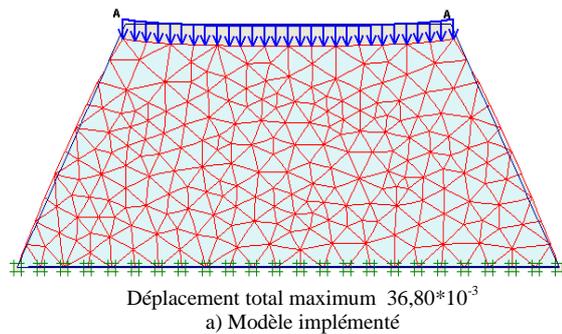


Fig. 7. Comparaison du maillage déformé

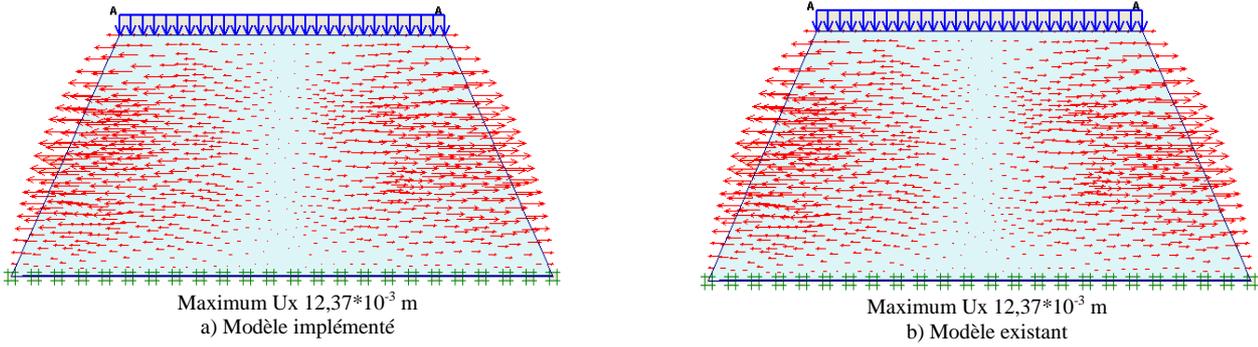


Fig. 8. : Comparaison des déplacements horizontaux U_x

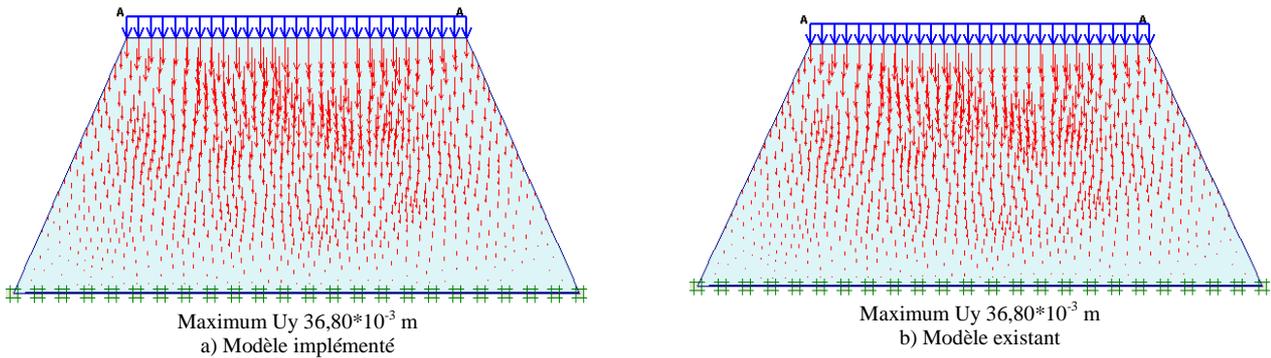


Fig. 9. : Comparaison des déplacements verticaux U_y

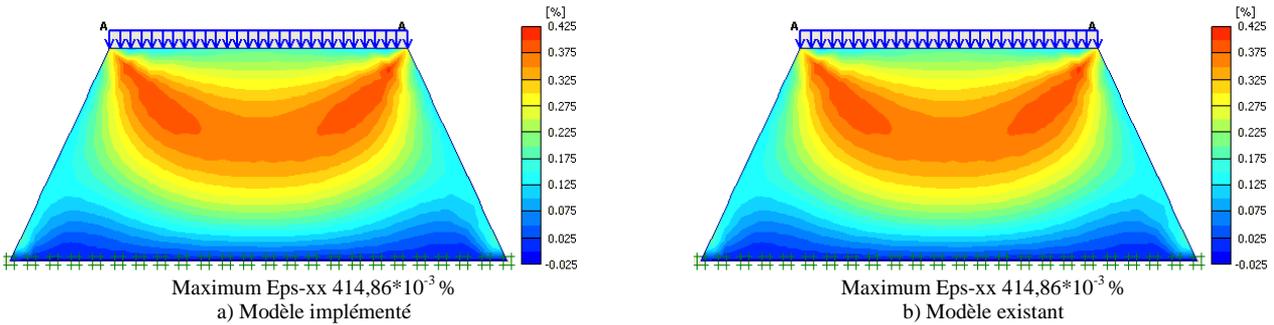


Fig. 10. : Comparaison des déformations horizontales ϵ_{xx}

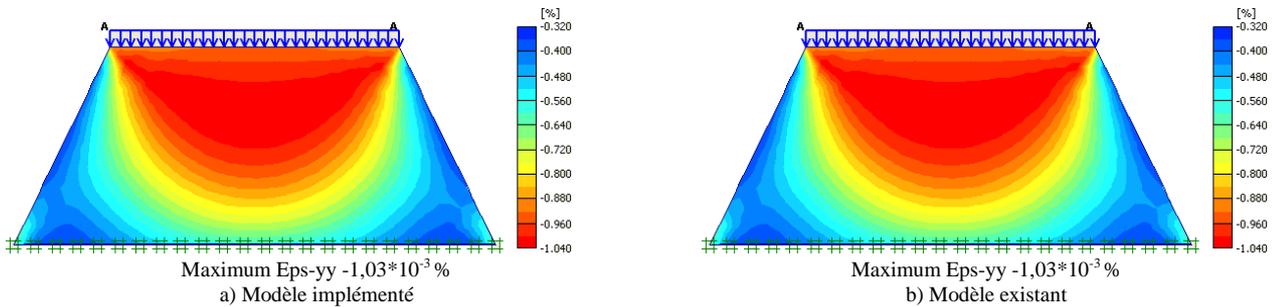
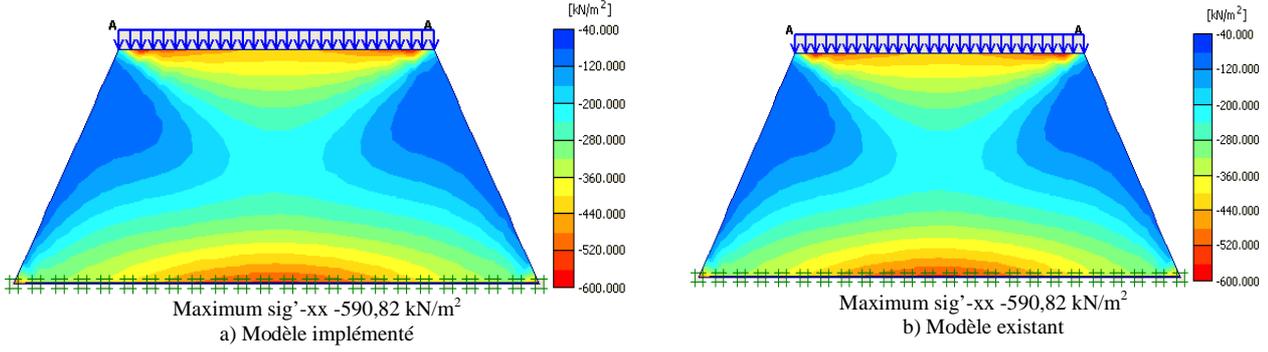
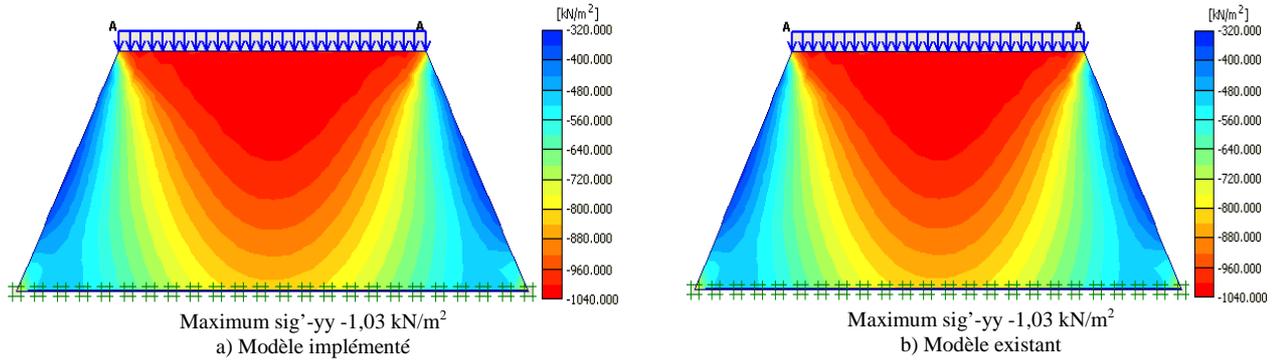


Fig. 11. : Comparaison des déformations verticales ϵ_{yy}

Fig. 12. : Comparaison des contraintes effectives horizontales σ'_{xx} Fig. 13. : Comparaison des contraintes effectives verticales σ'_{yy}

3.3.4. Synthèse

D'après cette modélisation nous remarquons que les résultats obtenus avec les deux modèles sont pratiquement identiques pour toutes les directions, Que ce soit pour les contraintes, les déformations ou bien pour les déplacements. Globalement la comparaison est satisfaisante pour les deux modèles implémentés (Isotrope et orthotrope), ce qui nous permet d'aborder la programmation d'une loi viscoplastique telle que la loi de Lemaitre [01].

3.4. Programmation de la loi viscoplastique de Lemaitre

3.4.1. Développements tensoriels de la loi viscoplastique de Lemaitre

Le principe de base du développement des lois élasto-viscoplastiques, repose sur la partition des déformations totales en déformations élastiques (réversibles) et en déformations viscoplastiques (irréversibles). Ce principe s'exprime par l'équation suivante :

$$\mathbf{\varepsilon}_{ij} = \mathbf{\varepsilon}_{ij}^e + \mathbf{\varepsilon}_{ij}^{vp} \quad (13)$$

Avec :

- $\mathbf{\varepsilon}_{ij}$ constitue le terme général du tenseur des déformations totales,
- $\mathbf{\varepsilon}_{ij}^e$ constitue le terme général du tenseur des déformations élastiques,
- $\mathbf{\varepsilon}_{ij}^{vp}$ constitue le terme général du tenseur des déformations viscoplastiques donné par :

$$\mathbf{\varepsilon}^{vp} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^{vp} & \varepsilon_{12}^{vp} & \varepsilon_{13}^{vp} \\ \varepsilon_{21}^{vp} & \varepsilon_{22}^{vp} & \varepsilon_{23}^{vp} \\ \varepsilon_{31}^{vp} & \varepsilon_{32}^{vp} & \varepsilon_{33}^{vp} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Avec : $tr(\mathbf{\varepsilon}^{vp}) = \varepsilon_{11}^{vp} + \varepsilon_{22}^{vp} + \varepsilon_{33}^{vp} = 0$ (hypothèse d'incompressibilité)

La loi de Lemaitre donne le tenseur des vitesses de déformation viscoplastique, dont l'expression du terme général, $\mathbf{\dot{\varepsilon}}_{ij}^{vp}$ correspond à la loi d'écoulement suivante :

$$\mathbf{\dot{\varepsilon}}_{ij}^{vp} = \frac{3}{2} \frac{\mathbf{\dot{\varepsilon}}_p}{q} s_{ij} \quad (15)$$

$\mathbf{\varepsilon}_{ij} = \mathbf{\varepsilon}_{ij}^e + \mathbf{\varepsilon}_{ij}^{vp}$
- s_{ij} est le terme général de la partie déviatoire du tenseur des contraintes, défini par

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma_{ij}) \delta_{ij} \quad (16)$$

avec $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$, $\text{tr}(s_{ij}) = s_{11} + s_{22} + s_{33} = 0$

- q correspond au second déviateur de contrainte, également défini par un scalaire :

$$q = \left(\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij} \right)^{\frac{1}{2}} \quad [01] \quad (17)$$

- $\dot{\epsilon}_{vp}$ est la vitesse de déformation viscoplastique équivalente qui s'écrit sous la forme :

$$\dot{\epsilon}_{vp} = A(q - \sigma_s)^n \epsilon_{vp}^m \quad (18)$$

Avec :

- A , le paramètre de viscosité (unité : $[s^{-1}]$),
- n , une constante supérieure à 1,
- m , une constante vérifiant : $1 - n < m < 0$,
- σ_s , est la contrainte seuil au-dessus de laquelle les déformations viscoplastiques se développent.

ϵ_{vp} est le second invariant du tenseur des déformations viscoplastiques, défini par le scalaire :

$$\epsilon_{vp} = \int_0^t \left(\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp} \right)^{\frac{1}{2}} dt \quad (19)$$

L'expression de la loi de fluage associée, issue de l'intégration de l'équation (18) à déviateur constant, d'après Boidy 2002 [06], est la suivante :

$$\dot{\epsilon}_{vp} = A.q^n . (\epsilon_{vp})^m, \quad q = f(t)$$

Si (q) est constante, on a : $\frac{d\epsilon_{vp}}{\epsilon_{vp}^m} = A . q^n . dt$

D'où : $\frac{1}{1-m} (\epsilon_{vp}(t))^{1-m} = A.q^n . t$ avec : $\epsilon_{vp}(t=0) = 0$

ainsi : $\epsilon_{vp}(t) = \left[(1-m) A \right]^{\frac{1}{1-m}} . q^{\frac{n}{1-m}} . t^{\frac{1}{1-m}}$
 soit : $\epsilon_{vp}(t) = a.q^\beta . t^\alpha$ (20)

avec : $\alpha = \frac{1}{1-m}$, $\beta = \alpha.n = \frac{n}{1-m}$, $a = \left(\frac{A}{\alpha} \right)^\alpha$

3.4.3. Simulation d'un essai de fluage

Pour cette simulation nous avons repris l'exemple de Boidy 2002 [01], qui est implémenté sous FLAC 2D, Donc on se place en configuration de fluage monoaxial, et en tenant compte d'un seuil de contrainte, σ_s , nul. Conformément aux équations (13) et (20), sous un chargement, σ_{axiale} , constant, la déformation axiale, ϵ_{axiale} , a pour expression théorique :

$$\epsilon_{axiale} = \frac{\sigma_{axiale}}{E} + a.(\sigma_{axiale})^\beta . t^\alpha \quad (21)$$

La modélisation a été effectuée en configuration axisymétrique (quart de section transversale de l'échantillon) comme représentée sur la figure 14 (Pellet et al.2000 [07]). Les propriétés mécaniques de l'échantillon sont les suivantes :

- $\sigma_{axiale} = 5,20$ MPa $\varnothing/2=27$ mm
 - caractéristiques élastiques : $E = 6000$ MPa, et $\nu = 0,44$
 - paramètres de la loi de Lemaitre :
 $\alpha = 0,1$; $\beta = 1,48$; $a = 1,09.10^{-5} s^{-1}$ (avec le temps en seconde)
- D'où $n = 14,8$; $m = -9$; $A = 23,67 . 10^{-52} s^{-1}$

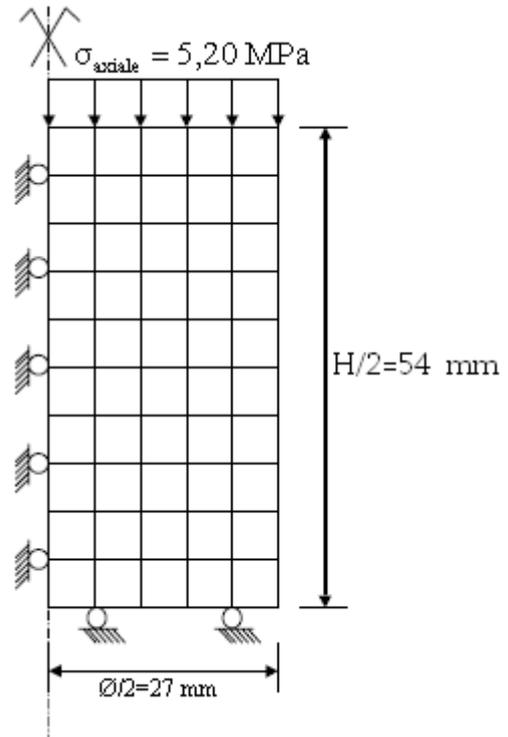


Fig. 14. : Modèle FLAC d'un quart d'échantillon soumis à un essai de fluage, selon Pellet et al. 2000 [07]

Pour notre programme, le pas de temps n'a pas un effet sur la précision du résultat car dans la méthode implicite, la solution est inconditionnellement stable, c'est pour cela que nous avons pris un pas de temps de (1 seconde). Nous représentons dans la figure suivante les résultats de ce programme comparés avec ceux de la simulation d'un

essai de fluage avec FLAC, comparé à la solution analytique de référence, d'après Pellet et al. 2000 [07].

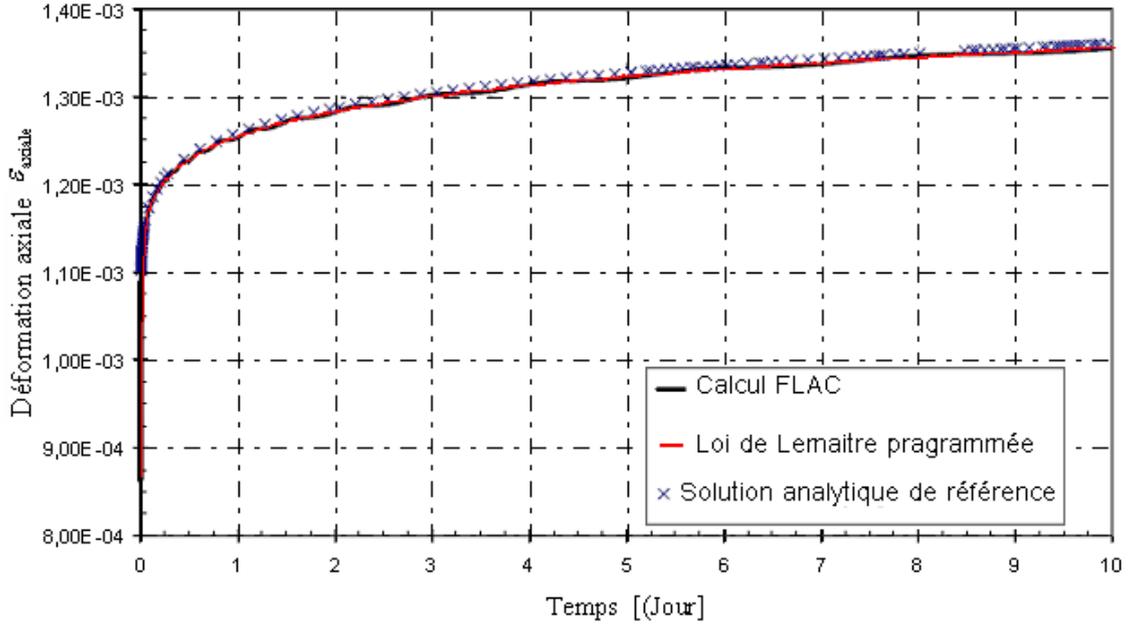


Fig. 15. : Résultat du programme de la loi de Lemaitre comparé avec (Calcul FLAC, solution analytique de référence)

Synthèse:

On observe que la courbe (en continu qui représente la loi programmée) est pratiquement confondue avec les deux autres courbes (Solution analytique, Calcul FLAC). A l'issue de cette simulation on peut conclure que les résultats attestent du succès et de la réussite de la tâche de programmation.

3.5. Modèle de Koppejan

Une grande partie de la terre est constituée de différentes couches de sols organiques déposées par sédimentation. Et certaines de ces couches présentent, après chargement, des tassements relativement importants (décomposition de la matière organique avec le temps) qui dépendent, du fait des phénomènes de consolidation et de fluage, du temps de chargement. C'est pourquoi, de nombreux chercheurs travaillent sur le comportement de ces sols. Parmi les modèles dépendant au temps (viscoélastique, viscoplastique) permettant la modélisation de ces phénomènes, figure celui régi par les équations de Koppejan 1948 [08] et développé par Van Baars 2003 [02].

$$\varepsilon_p = \frac{1}{C_p} \ln \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,i}} \right) \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p = \frac{\delta \varepsilon}{\delta t} = \frac{1}{C_p} \frac{\dot{\sigma}'_{v,i}}{\sigma'_v} \frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,i}} \Rightarrow \dot{\varepsilon}_p = \frac{1}{C_p} \frac{\dot{\sigma}'_v}{\sigma'_v} \quad (23)$$

Le taux de déformation secondaire est déterminé aussi par différentiation de la déformation secondaire:

$$\varepsilon_s = \frac{1}{C_s \ln(10)} \ln(t) \cdot \ln \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,i}} \right) \Rightarrow \dot{\varepsilon}_s = \varepsilon_p \frac{C_p}{C_s \ln(10)} \exp \left(-\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} \frac{C_s \ln(10)}{C_p} \right) \quad (24)$$

3.5.1. Koppejan 1948

D'après le Modèle de Koppejan [08], la déformation d'une couche de sol dépend de la contrainte verticale effective finale (après chargement et consolidation) et peut être prédite par:

$$\varepsilon = \left(\frac{U}{C'_p} + \frac{1}{C'_s} \log(t) \right) \ln \left(\frac{\sigma'_v}{\sigma'_{v,i}} \right) \quad (22)$$

- U : degré de consolidation,
- C'_p : constante de compression primaire,
- C'_s : constante de compression secondaire,
- $\sigma'_{v,i}$: contrainte verticale effective initiale,
- σ'_v : contrainte verticale effective actuelle.

Le taux de déformation primaire est déterminé par différentiation de la déformation primaire :

3.5.2. Implémentation

De la même manière que dans le cas des lois (isotrope et orthotrope), nous avons suivi la procédure définie plus haut. Notons que les modèles de « Soft-Soil » et « Soft-Soil-Creep » de Plaxis (Vermeer et Neher, 1999 [09]) contiennent déjà la première partie de Koppejan:

$$\epsilon_p^* = \lambda^* \frac{p^*}{P'} \quad \text{quand } P' \geq P'_{p.c.p} \quad \text{avec : } \lambda^* = \frac{1}{C'_p} \quad \text{ou :}$$

$$\lambda^* = \frac{C_c}{\ln(10)(1+e)}$$

P' : Contrainte effective isotrope (contrainte effective moyenne)

$P'_{p.c.p}$: Contrainte de pré-consolidation

$$\epsilon_p^* = K^* \frac{p^*}{P'} \quad \text{quand : } P' \geq P'_{p.c.p} \quad \text{avec :}$$

$$K^* \approx \frac{1-\nu_{unloading}}{1+\nu_{unloading}} \frac{1+2K_0}{C_p} \quad \text{et} \quad \frac{1}{C_p} = \frac{C_r}{\ln(10)(1+e)}$$

Ces paramètres de Plaxis correspondent bien aux paramètres internationaux du modèle de Cam-Clay (Brinkgreve et Vermeer, 1998 [10]):

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1+e} \quad \text{avec :} \quad e = \frac{V_{pores}}{V_{grains}} \quad \text{alors :} \quad \frac{1}{1+e} = 1-n$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{1+e}$$

(n = porosité)

En utilisant seulement les équations suivantes de fluage (voir l'équation (24)):

$$\epsilon_s^* = \epsilon_p \frac{\mu_\lambda^*}{\lambda^*} \exp\left(-\frac{\epsilon_s}{\epsilon_p} \frac{\lambda^*}{\mu_\lambda^*}\right) \quad \text{pour } p' \geq p'_{p.c.p}$$

avec

$$\mu_\lambda^* = \frac{1}{C_s \ln(10)} \quad \text{et} \quad \frac{1}{C_s} = \frac{C_\alpha}{(1+e)} \ln\left(\frac{\sigma'_{nouvelle}}{\sigma'_{ancienne}}\right) \quad (28)$$

$$\epsilon_s^* = \epsilon_p \frac{\mu_\kappa^*}{\kappa^*} \exp\left(-\frac{\epsilon_s}{\epsilon_p} \frac{\kappa^*}{\mu_\kappa^*}\right) \quad \text{pour } p' < p'_{p.c.p} \quad \text{avec}$$

$$\mu_\kappa^* = \frac{1}{C_s \ln(10)} \quad (29)$$

3.5.3. Résultats

Afin de voir la capacité du logiciel Plaxis du point de vue implémentation de modèles rhéologiques n'existant pas dans la bibliothèque du code, nous avons opté pour l'implémentation du modèle de Koppejan. Ce dernier est un modèle non-linéaire transitoire (qui tient en compte de la viscoplasticité).

Le but est de voir qualitativement les résultats obtenus par ce modèle en comparaison avec le modèle « Soft-Soil-Creep » existant dans la bibliothèque de Plaxis. Dans ce contexte, l'exemple de l'essai oedométrique a été traité par les deux modèles rhéologiques, savoir le « Soft-Soil-Creep » du Plaxis et le modèle de Koppejan que nous avons implanté. Les caractéristiques mécaniques de cet exemple sont présentées dans le tableau suivant :-

Paramètres	Symbole	valeur	Unité
Indice de compression modifié	λ^*	0,105	-
Indice de gonflement modifié	κ^*	0,02	-
Indice de compression secondaire	μ^*	0,005	-
Coefficient de Poisson	ν	0,15	-
Cohésion	c	1	kN/m ²
Angle de frottement	φ	30	°
Angle de dilatance	ψ	0	°
Coefficient de pression de terre au repos	K_0	0,5	-
Perméabilité	k_x, k_y	2E-6	m/jour

Tableau 1. : Valeurs et paramètres du modèle (27)

Les valeurs des paramètres sont sélectionnées de la bibliothèque, elles caractérisent une argile normalement consolidée. Le poids des terres de préconsolidation est fixé à 50 kPa «Pre-Overburden Pressure POP = 50 kPa ». L'essai est modélisé en conditions non drainées et en configuration axisymétrique avec une hauteur d'échantillon de 10 mm et une largeur de 25 mm (Figure 16), La pression verticale initiale appliquée est de 2,5 kPa, ensuite quatre niveaux de contrainte verticale sont appliqués (5, 12.5, 25, 50 et 100 kPa) pendant 32 jours.

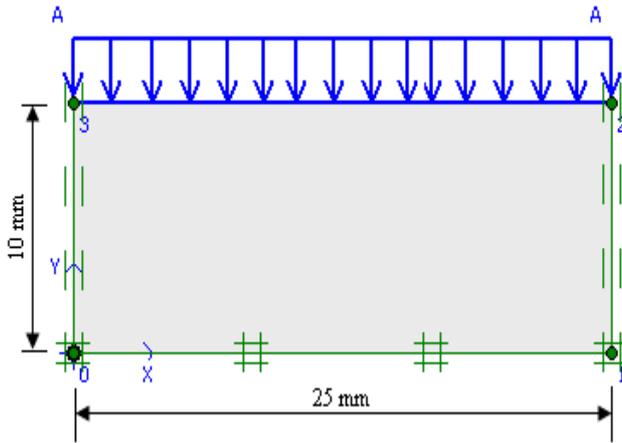


Fig. 16 : Géométrie du problème

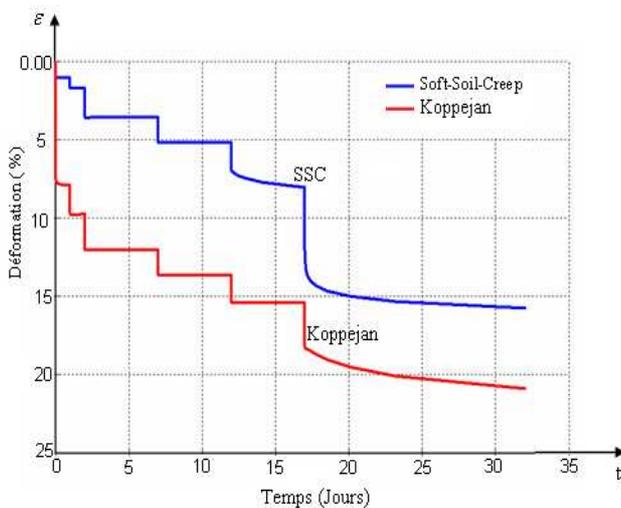


Fig. 17 : Courbe déformation-temps

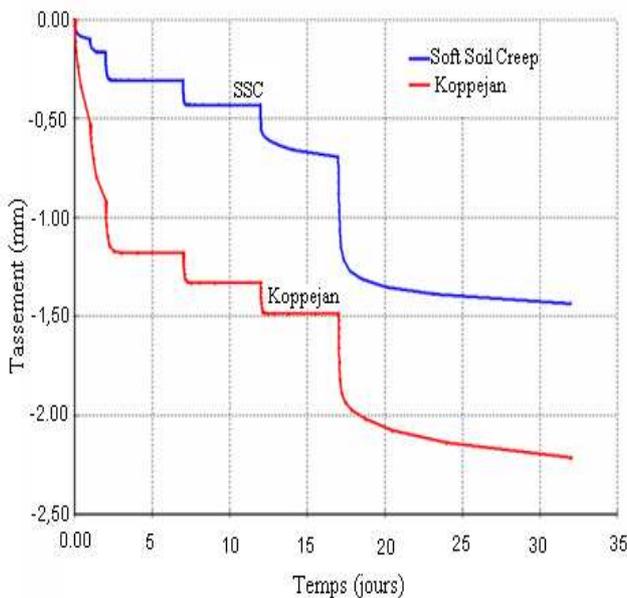


Fig. 18 : Courbe tassement-temps

3.5.4 Interprétation

La figure 17 illustre les courbes de l'évolution de la déformation obtenue par l'application de la loi SSC et la loi de Koppejan. La lecture de ces courbes nous renseigne sur l'effet que les deux lois reproduisent correctement l'allure croissante de la déformation. Cependant on doit enregistrer la présence de deux distinctions importantes. Il s'agit en effet de la différence de déformation observée dès l'application du premier chargement, où l'écart entre les deux lois est de l'ordre de 6.5%. Cet écart se manifeste également après l'application du dernier chargement. Nonobstant ces deux anomalies, on remarque que l'allure des deux courbes est presque identique entre le premier et le dernier chargement.

La même constatation peut être faite en analysant les courbes de tassements (voir figure 18) [04].

3.5.5. Analyse et discussions

L'analyse qualitative de l'exemple traité fait sortir les points suivants :

- Nous avons pu créer la DLL du modèle de Koppejan malgré les difficultés rencontrées.
- Le modèle de Koppejan (implanté) suit l'allure du modèle Soft-Soil-Creep. Il donne des résultats qualitativement remarquables par rapport au modèle Soft-Soil-Creep.
- Les courbes de la déformation axiale et du tassement (déplacement vertical) en fonction du temps prouvent le point précédent.
- Malgré les difficultés rencontrées afin de faire sortir les données mécaniques du problème de la littérature, nous avons pu faire passer l'exemple.

Afin de porter un jugement plausible et logique sur l'efficacité de cette loi, des essais expérimentaux sur d'autres types de sols sont nécessaires. La validation de cette loi pourrait être ainsi mieux conduite.

Pour conclure, nous pouvons dire que nous avons réalisé un grand succès d'avoir su créer une DLL pour un modèle non-linéaire transitoire chose qui n'est pas facile, surtout pour une formulation implicite comme celle du code Plaxis.

4. Conclusion

Le but visé par le présent travail a été achevé avec succès, malgré les difficultés numériques rencontrées lors de la représentation des petites valeurs de l'ordre 10^{-54} sur des machines à 32 bits. Malgré les efforts consentis des insuffisances ont surgies, car la méthode de calcul utilisée par le logiciel demeure ambiguë (difficultés d'affichage des erreurs des programmes implémentés et de la connaissance de la nature et de l'endroit exacte de ces erreurs). Des approfondissements sont donc nécessaires de

ce point de vue, dans le but de maîtriser l'implantation d'autres lois plus complexes.

Bibliographie

- [1] LEMAITRE J, CHABOCHE J-L. Mécanique des matériaux solides, Dunod, 1996, p. 253 – 341
- [2] Van Baars, S. (2003) "Soft Soil Creep modelling of large settlements", 2nd International Conference on Advances in Soft Soil Engineering and Technology, Kuala Lumpur, Malaysia, 361-371
- [3] PLAXIS 2D Version 9 Material Models Manual 2003 p.10-10.13, Site Internet <http://www.plaxis.com>
- [4] GUERGAH C. Contribution à la modélisation des matériaux visqueux Mémoire de Magister Université de Guelma 2010.
- [5] Zienkiewicz, O.C. (1977). The Finite Element Method, McGraw-Hill, London 4th Ed
- [6] BOIDY E. Modélisation numérique du comportement différé des cavités souterraines Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier Grenoble 1, 2002.
- [7] PELLET F., SAHLI M., BOIDY E., BOULON M. Modelling of time-dependent behaviour of sandstone for deep underground openings, Proc. Int. Conf. On Engng. And Tech. Science (ICETS 2000), Beijing, China, 2000, 6 p.
- [8] Koppejan, A.W. (1948). A formula combining the Terzaghi load compression relationship and the Buisman secular time effect. Proc. 2nd Int. Conf. Soil Mech. And Found. Eng., Rotterdam, 3, pp 32-38.
- [9] Vermeer, P.A. and Neher, H.P. (1999). A soft soil model that account for creep. Beyond 2000 in computational geotechnics, Balkema, pp. 249-261.
- [10] Brinkgreve, R.B.J. and Vermeer, P.A. (1998). Plaxis Manual. Version 7, Balkema, pp. 5.1-5.18.